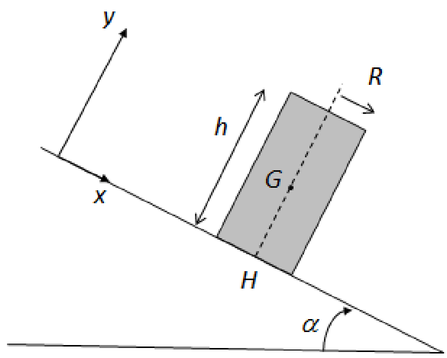
Aucun document n'est autorisé

Exercice 1 : Equilibre d'un cylindre sur plan incliné

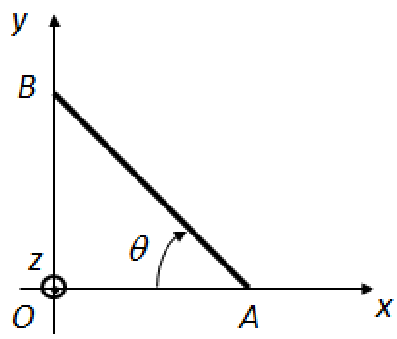
Un cylindre de rayon R et de hauteur h est posé verticalement sur un plan $(\mathcal{P})$ inclinable par rapport au plan horizontal. On suppose qu'au début de l'expérience, le plan $(\mathcal{P})$ est horizontal et qu'on augmente ensuite progressivement son inclinaison α. On désigne par μ le coefficient de frottement du cylindre sur le plan. On notera H le projeté orthogonal sur $(\mathcal{P})$ du centre de masse G du cylindre.
On cherche à savoir si le cylindre commence par glisser ou par basculer. Pour ce faire, on suppose que le cylindre est encore en équilibre malgré l'inclinaison $\alpha \neq 0$.



1) En appliquant le théorème du centre de masse, exprimer les composantes normales et tangentielles de la réaction du plan $(\mathcal{P})$ sur le cylindre en fonction de g, m et α.
2) En déduire la condition pour que le cylindre reste en équilibre vis-à-vis du glissement.
3) En appliquant le théorème du moment cinétique par rapport à un certain point à préciser, trouver la position du point I d'application de la réaction du plan $(\mathcal{P})$. On pourra introduire la notation $a = HI$.
4) En déduire la condition pour que le cylindre reste en équilibre vis-à-vis du basculement.
5) Application numérique : on donne $\mu = 0,1$.
   On fait une première expérience avec un cylindre de dimensions telles que $h = 30\ R$, puis une seconde expérience avec un cylindre tel que $h = R$. Discuter ce qui se passe dans chacun des cas.

Exercice 2 : Mouvement d'une barre contre un mur

Une barre AB homogène de section négligeable (masse m, longueur ℓ) repose contre un coin de mur dans le plan vertical Oxy tel que ses extrémités A et B sont en contact **sans frottement** avec les axes Ox et Oy respectivement. On repère la position de la barre par l'angle $\theta = (-\vec{e}_x, \overrightarrow{AB})$. À l'instant initial, $\theta = \theta_0$ et la barre est lâchée sans vitesse initiale.



1) Où se situe le centre de masse G de la barre ? Que peut-on dire des triangles OGA et OGB ?
2) Calculer le moment d'inertie I de la barre par rapport à l'axe (Gz) en fonction de m et ℓ.
3) Décrire le mouvement du centre de masse G (trajectoire, vitesse...).
4) Montrer que l'énergie cinétique de la barre prend la forme

$$E_c = \frac{1}{6} m\ell^2\, \dot{\theta}^2.$$

   Précisez bien le(s) théorème(s) du cours auquel vous vous référez.

5) En appliquant un autre théorème du cours, trouver une relation entre $\dot{\theta}$, θ et θ_0 (intégrale première du mouvement)

6) En déduire l'équation du mouvement satisfaite par la fonction $\theta(t)$.

7) Calculer, dans la base de votre choix, l'accélération du centre de masse G en fonction de g, θ et θ_0. En déduire les expressions des réactions $\vec{R}_A$ et $\vec{R}_B$ exercées sur les extrémités de la barre.

8) *Hors barème* : À partir de quel angle θ_1, le contact entre la paroi verticale et la barre est-il rompu ?